

Bihar Mathematical Society

TSTM (Olympiad) 2021 (Class-10)

Full Marks:- 100

Time: $2\frac{1}{2}$ Hours

Answer all questions. All questions carry equal marks.

1. Solve the inequality

$$\left(\sin \frac{\pi}{12}\right)^{\sqrt{x-1}} > \left(\sin \frac{\pi}{12}\right)^x$$

असमीकरण $\left(\sin \frac{\pi}{12}\right)^{\sqrt{x-1}} > \left(\sin \frac{\pi}{12}\right)^x$ को हल करें I

2. Solve the equation for any non-negative value of x

$$\sqrt{x} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x+2} = 0$$

समीकरण $\sqrt{x} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x+2} = 0$ को x के अऋणात्मक मानों के लिये हल करें I

3. If $P = 2^{25}$, and $Q = 2^{24} + 2^{23} + \dots + 2^0$, then establish the relation between P and Q.

यदि $P = 2^{25}$, तथा $Q = 2^{24} + 2^{23} + \dots + 2^0$, तो P तथा Q के बीच संबंध प्राप्त करें I

4. Solve the equation

$$\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} = 2\sqrt{2}$$

समीकरण $\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} = 2\sqrt{2}$ को हल करें I

5. If x is a three-digit number and y is a number obtained by permuting the digit of x in any manner, then prove that $(x - y)$ is always divisible by a number, and find the number.

यदि x एक तीन अंकों की संख्या है तथा y एक ऐसी संख्या है x के अंकों के किसी भी क्रमचय से प्राप्त होती है तो साबित करें कि $(x - y)$ हमेशा एक संख्या से विभाजित होगा, तथा उक्त संख्या का मान प्राप्त करें I

6. Solve the inequality

$$\left| \frac{x-2}{x-3} \right| \leq x$$

असमीकरण $\left| \frac{x-2}{x-3} \right| \leq x$ को हल करें ।

7. In a frequency distribution, the numbers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 have frequencies 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 respectively. Find the mean of the distribution.

किसी आवृत्ति वितरण में 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 की आवृत्ति क्रमशः 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 है । तो वितरण के माध्य का मान निकालें ।

8. The semicircle of area 1250π square centimeters is inscribed inside a rectangle. The diameter of the semicircle coincides with the length of the rectangle. Find the area of the rectangle.

किसी आयत के अन्तर्गत 1250π वर्ग से०मी० क्षेत्रफल का एक अर्धवृत्त बनाया गया । अर्धवृत्त का व्यास आयत की लंबाई के सन्निपाती है । आयत का क्षेत्रफल प्राप्त करें ।

9. In how many different ways faces of three cubes can be coloured in 18 different colours?

कितने विभिन्न प्रकार से तीन घनों के फलकों को 18 विभिन्न रंगों से रँगा जा सकता है?

10. Prove that if 10 points are taken inside an equilateral triangle of side 3 cm., then at least two of them must be at a distance less than 1 cm.

साबित करें कि यदि एक समबाहु त्रिभुज जिसकी भुजा 3 से०मी० है के अन्दर 10 बिन्दु लिये जायें तो उनमें से कम से कम दो बिन्दुओं की दूरी 1 से०मी० से कम होगी ।